

Profesor:  
Max Cantoral



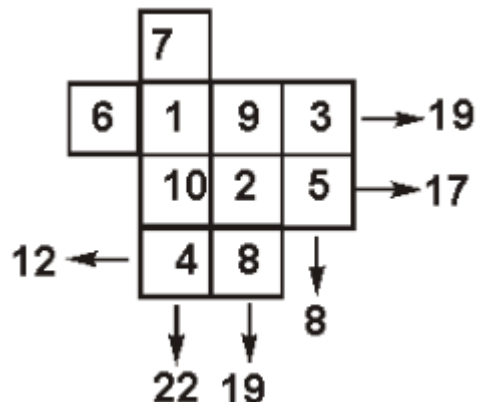
# **RAZONAMIENTO MATEMÁTICO**

GRUPO PITÁGORAS

## DISTRIBUCIÓN NUMÉRICA

En este tipo de problemas lo que se busca es distribuir una cierta cantidad de números, de tal manera que cumplan ciertas condiciones.

Condiciones de sumas o productos dados, para completar. Por ejemplo:



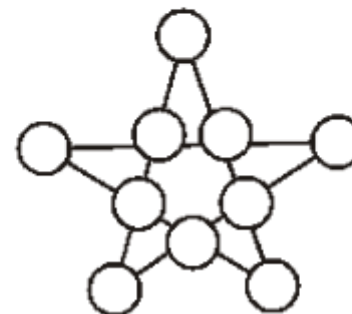
## ARREGLOS POLIGONALES Y EN ESTRELLAS

En estos ejercicios se busca distribuir una cierta cantidad de números, de tal manera que cumplan ciertas condiciones. Algunas de las distribuciones numéricas que existen son los polígonos y estrellas mágicas.

## Ejemplo :

Coloque los números del 1 al 10 en cada uno de los círculos mostrados, de tal forma que la suma de los números en cada uno de los 5 lados sea la misma y la menor posible. ¿Cuál es esa suma?

- A) 21
- B) 18
- C) 19
- D) 22
- E) 25



## Resolución:

Sea "S" el valor de la suma de los cuatro elementos de cada fila.

Al sumar las 5 filas estamos sumando los 10 números pero al hacer esto se está tomando 2 veces cada círculo

$$5S = 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 10)$$

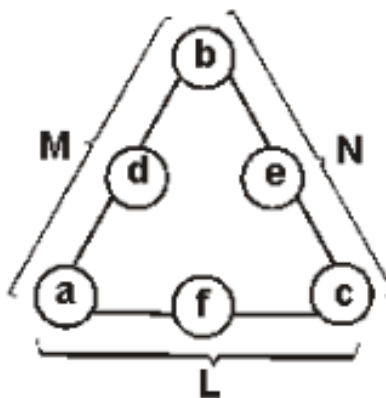
$$5S = 2 \cdot (55)$$

$$S = 22$$

Clave: "D"

## ARREGLOS TRIANGULARES

Al distribuir números sobre la siguiente figura que cumplan ciertas sumas dadas y/o constantes podemos plantear ecuaciones.



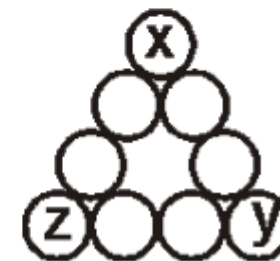
$$\begin{array}{l} (+) \left| \begin{array}{l} M = a + d + b \\ N = b + e + c \\ L = c + f + a \end{array} \right| (+) \end{array}$$

$$M + N + L = (a + b + c + d + e + f) + (a + b + c)$$

$$M + N + L = \sum (\text{Números a distribuir}) + \sum (\text{Números que se repiten})$$

## Ejemplo:

Si en los círculos de la figura escribimos los números naturales del 3 al 11, de manera que los números en cada lado del triángulo sumen 25, ¿cuál es la suma de los números que se escriben en los círculos etiquetados con  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ?



- A) 21
- B) 13
- C) 15
- D) 18
- E) 12

## Resolución:

$$25 + 25 + 25 = (3 + 4 + 5 + \dots + 11) + (x + y + z)$$

$$75 = (63) + (x + y + z)$$

$$x + y + z = 12$$

**Clave: "E"**

## CUADRADOS MÁGICOS

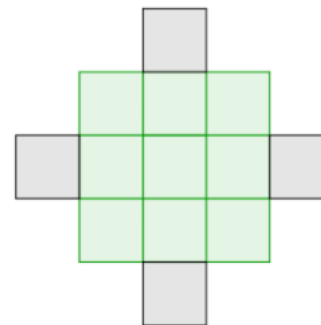
Es un arreglo numérico que consiste en un recuadro de  $n$  filas y  $n$  columnas donde  $n \geq 3$ , en el cual se verifica que la suma de los números ubicados en cada fila, columna y diagonal es la misma

4	9	2
3	5	7
8	1	6

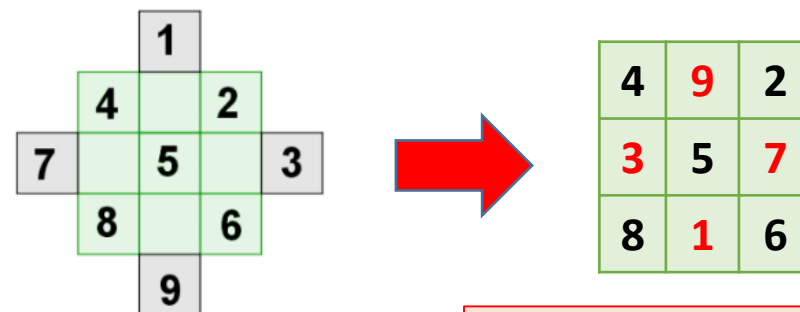
### ¿Cómo construir un cuadrado mágico?

El ejemplo más sencillo es un cuadrado de orden 3, el más pequeño posible. Usaremos los números del 1 al 9.

Empecemos dibujando el esqueleto de un cuadrado mágico de **3x3**. Después añadimos una casilla en cada lado. De esta forma:

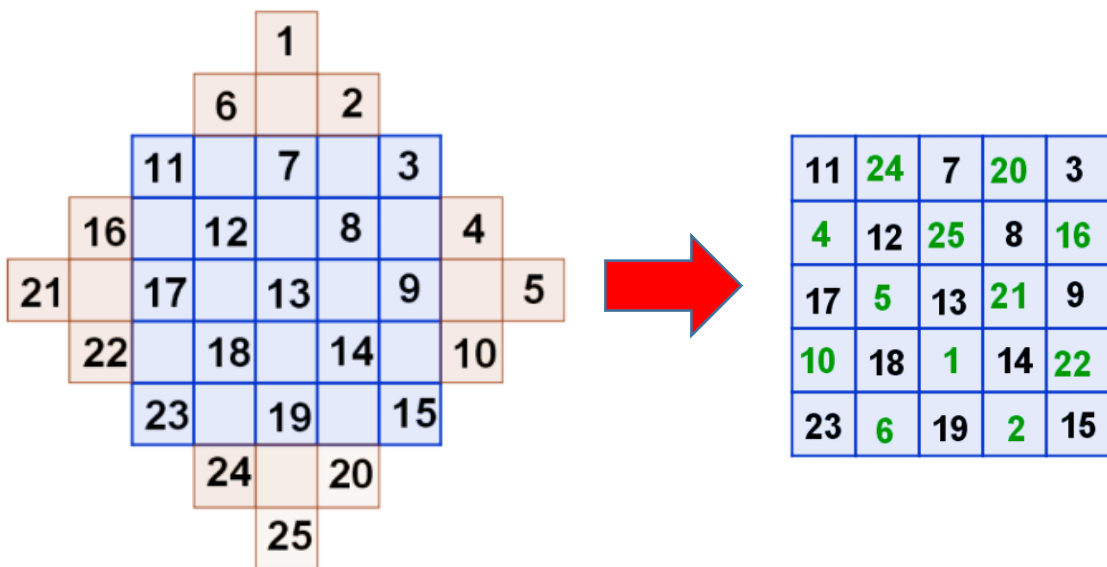


Ahora, empieza en el extremo superior con el 1 y coloca todas las cifras siguiendo las diagonales alternas formadas en el rombo. Observa que quedan casillas en blanco.



La suma constante es 15

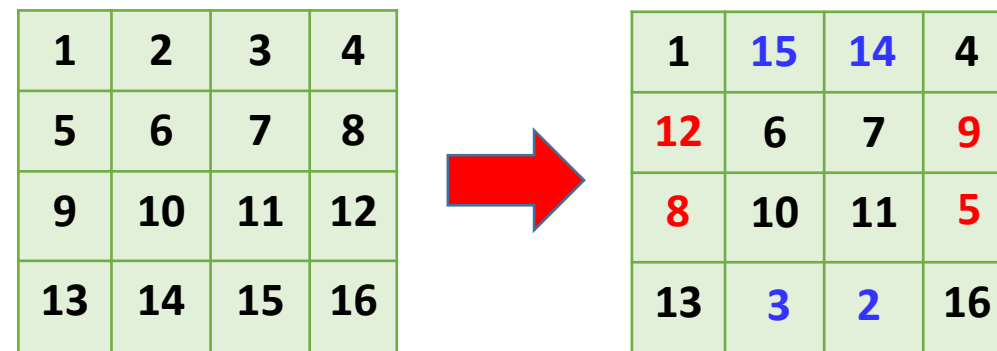
Ahora vamos a mostrar como llenar un cuadrado mágico de **5x5**, donde ubicaremos los números naturales desde el 1 al 25. De esta forma:



Luego:

La suma constante es 65

Por otro lado, para el llenado del cuadrado mágico de **4x4**, donde ubicaremos los números naturales desde el 1 hasta el 16 procederemos de la siguiente manera:



Observación:

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

Luego:

La suma constante es 34

## PROPIEDADES DE LOS CUADRADOS MÁGICOS ADITIVOS DE (3x3)

x	a	y
b	$t_c$	c
z	d	w

S: Suma constante  
 $t_c$ : Término central

Se cumple:

$$x = \frac{c+d}{2}; y = \frac{b+d}{2}; z = \frac{a+c}{2}; w = \frac{a+b}{2}$$

$$t_c = \frac{a+d}{2} = \frac{b+c}{2} = \frac{x+w}{2} = \frac{y+z}{2}$$

$$S = 3(t_c)$$

## PROPIEDADES DE LOS CUADRADOS MÁGICOS MULTIPLICATIVOS DE (3x3)

x	a	y
b	$t_c$	c
z	d	w

P: Producto constante  
 $t_c$ : Término central

Se cumple:

$$x^2 = c \times d; y^2 = b \times d; z^2 = a \times c; w^2 = a \times b$$

$$(t_c)^2 = a \times d = b \times c = y \times z = x \times w$$

$$(t_c)^3 = P$$

## Ejemplo:

Un cuadrado mágico multiplicativo es tal que el producto de los números en cada fila, columna y diagonal es el mismo. Si las casillas del cuadrado se completan con enteros positivos, de modo que se forma un cuadrado mágico multiplicativo, ¿cuál es el valor de "x" ?

5		x
4		
	1	

- A) 3    B) 2    C) 4    D) 5    E) 1

## Resolución:

$$x^2 = 4 \times 1$$

$$x = \pm 2$$

$$x = 2$$

**Clave: "B"**

## Ejemplo:

Si los elementos del siguiente cuadrado mágico son números naturales, halle la suma de los números de una de las diagonales.

36		
41		11

- A) 73    B) 76    C) 78    D) 81    E) 90

## Resolución:

$$t_c = \frac{41+11}{2} \rightarrow t_c = 26$$

Luego:

$$S = 3(t_c)$$

$$S = 3(26)$$

$$S = 78$$

**Clave: "C"**

# PROBLEMA 1

Calcule la suma del termino central ( $T_c$ ) con la constante mágica, luego de distribuir uno por casilla y sin repetir los números del 10 al 18 en el cuadrado mágico mostrado.

A) 56

B) 42

C) 28

D) 35

			= S
	$T_c$		= S
			= S

S: Suma constante

**Resolución:**

$$\text{Suma total} = (10+11+12+\dots+18)$$

$$\text{Suma total} = 126$$

**Luego:**  $S+S+S = \text{Suma total}$

$$3S = 126$$

$$S = 42$$

**Además:**  $S = 3(t_c)$

$$42 = 3(t_c)$$

$$t_c = 14$$

**Piden:**  $14+42=56$

**Clave: "A"**



# PROBLEMA 2

Calcule la suma de los valores de A y B de acuerdo con el cuadrado mágico dado.

A) 15

B) 18

C) 20

D) 23

	8	
10	A	14
B		

**Resolución:**

$$A = \frac{10+14}{2} = 12$$

$$B = \frac{8+14}{2} = 11$$

**Piden:**

$$A + B = 23$$

**Clave: "D"**

# PROBLEMA 3

Complete el siguiente cuadrado mágico aditivo e indique el valor de la suma constante.

- A) 105  
C) 120

- B) 111  
D) 156

67		43
	73	

Resolución:

67	$X$	43
	$t_c$	
	73	

$$\rightarrow 67 + X + 43 = 73 + t_c + X$$

$$t_c = 37$$

Luego:

$$S = 3(t_c)$$

$$S = 3(37) = 111$$

Clave: "B"

# PROBLEMA 4

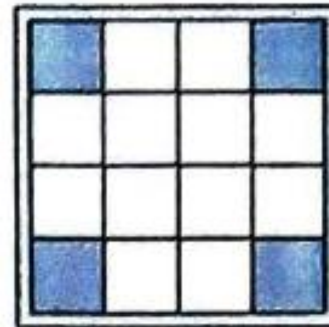
Ordene los números del 1 al 16 en la tabla de tal modo que la suma en cada fila, columna o diagonal sea la misma e indique como respuesta la suma de los números ubicados en los vértices (casillas sombreadas)

A) 25

B) 34

C) 27

D) 30



**Resolución:** S: Suma constante

**Entonces:**

$$\text{Suma total} = (1+2+3+\dots+16)$$

$$\text{Suma total} = 136$$

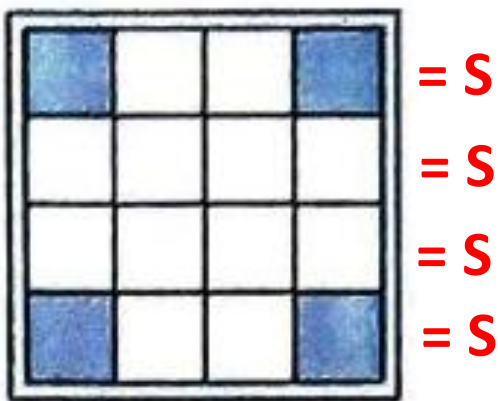
**Luego:**

$$S + S + S + S = \text{Suma total}$$

$$4S = 136$$

$$S = 34$$

**Clave: "B"**



# PROBLEMA 5

Distribuya los primeros Impares consecutivos, uno por casilla y sin repetir, en un cuadrado mágico de orden 5 y de como respuesta la constante mágica.

A) 65

B) 100

C) 125

D) 130

**Resolución:** S: Suma constante

					= S
					= S
					= S
					= S
					= S

**Entonces:**

$$\text{Suma total} = (1+3+5+\dots+t_{25})$$

$$\text{Suma total} = 25^2$$

$$\text{Suma total} = 625$$

**Luego:**

$$S + S + S + S + S = \text{Suma total}$$

$$5S = 625$$

$$S = 125$$

**Clave: "C"**

# PROBLEMA 6

En el esquema se muestran cuatro cuadrículas de  $2 \times 2$ . Distribuya en todas las casillas, números enteros del 1 al 4, de manera que ninguno se repita en la misma fila, columna o cuadrícula. ¿Cuánto suman los números de los cuadrados sombreados?

A) 5

B) 6

C) 7

D) 7

1			
	2	3	
	4		
			4

**Resolución:**

“SUDOKU”

1			
	2	3	1
2	4	1	
3	1		4

**Piden:**

$$2 + 1 + 1 + 1 = 5$$

**Clave: “A”**

# PROBLEMA 7

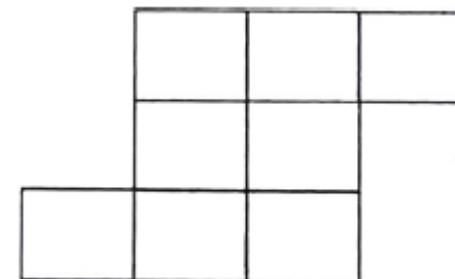
Distribuya los números del 1 al 8, sin repetir, de manera que dos números ubicados en casilleros adyacentes (lado o vértice) no sean consecutivos. Halle la suma de los números ubicados en los casilleros sombreados.

A) 9

B) 7

C) 6

D) 8



**Resolución:** Números: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8

	3	5	2
	1	8	
7	4	6	

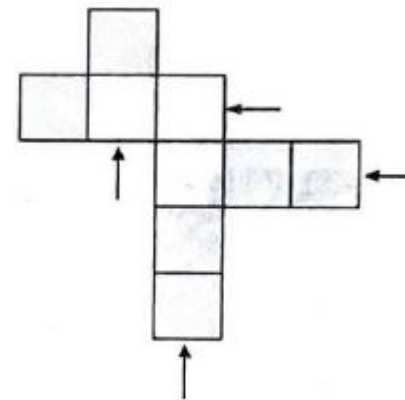
Clave: "A"

# PROBLEMA 8

Ubique los números del 1 al 9, uno en cada casilla, de tal forma que la suma de los números colocados en las filas y columnas señaladas con una flecha sea 14. ¿Cuál es la suma de los números que se ubican en las casillas sombreadas?

- A) 38  
C) 30

- B) 32  
D) 34

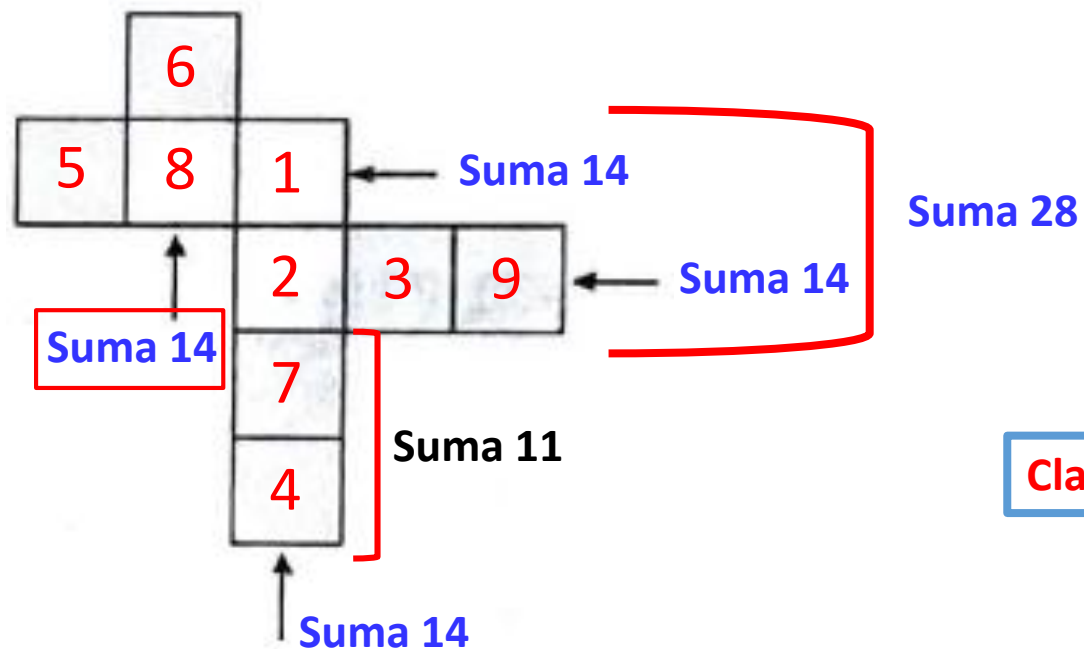


## Resolución:

Números: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9

$$\text{Suma total} = 1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$$

Suma 14: (6 y 8) o (5 y 9)



Clave: ""

# PROBLEMA 9

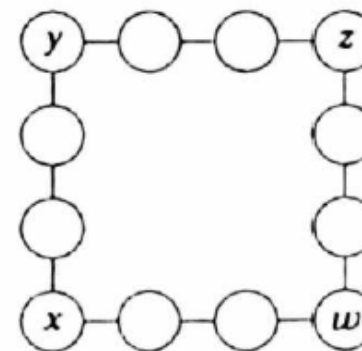
Ubique los números del 1 al 12, uno por casilla y sin repetir, con la condición de que la suma en cada lado del cuadrado sea la misma y la mínima posible. Dé como respuesta  $x+y+z+w$

A) 10

B) 5

C) 6

D) 7



**Resolución:** Números: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12



$$\text{Suma total} = 1 + 2 + 3 + \dots + 12 = 78$$

Sea la suma de cada lado del cuadrado :  $S$

**Entonces:**

$$S + S + S + S = \sum (\text{Números a distribuir}) + \sum (\text{Números que se repiten})$$

$$4S = 78 + \underbrace{w + x + y + z}_{\text{Suma} = 10}$$

$$\text{Suma} = 10$$

$$4S_{\text{mínima}} = 88$$



$$S_{\text{mínima}} = 22$$

**Clave: "A"**



# PROBLEMA 10

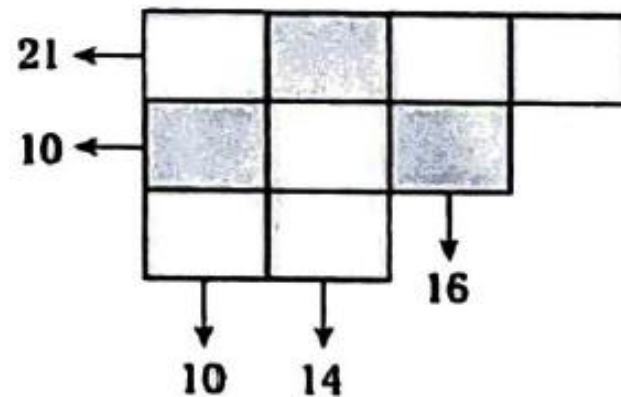
Distribuya los 9 primeros números enteros positivos en los casilleros del gráfico mostrado, de modo que se cumplan las sumas indicadas por las flechas. Dé como respuesta el producto de los números ubicados en los casilleros sombreados.

A) 20

B) 28

C) 36

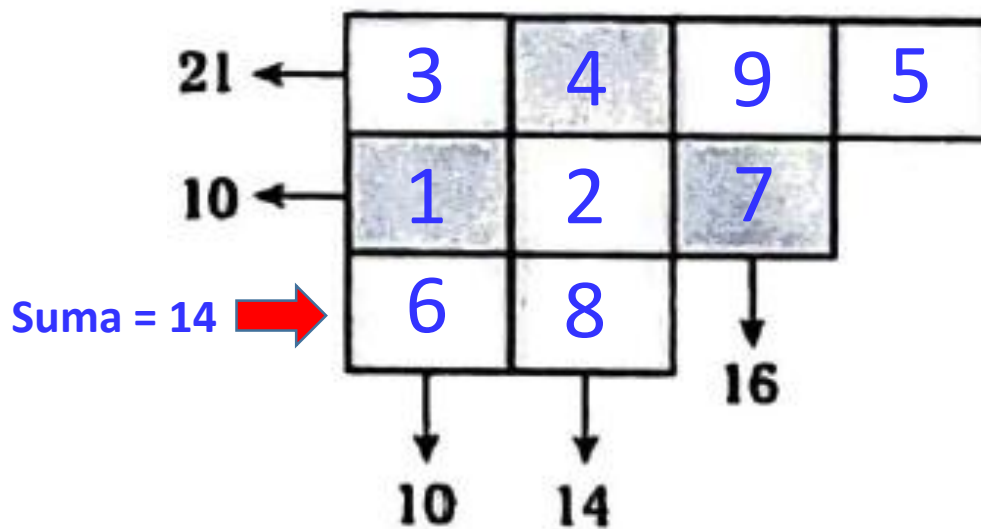
D) 45



## Resolución:

Números: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9

$$\text{Suma total} = 1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$$



Piden:

$$1 \times 4 \times 7 = 28$$

Clave: "B"

# PROBLEMA 11

Complete la cuadrícula mostrada con números enteros positivos, de tal manera que el producto de los números ubicados en cada fila, columna y diagonal de un mismo resultado. Halle la suma de los números ubicados en las casillas sombreadas. De como respuesta la suma de cifras del resultado.

- A) 9                      B) 11  
C) 10                    D) 12

		2
	4	5

Resolución:

	$n$	2
	$t_c$	
$m$	4	5

$$\rightarrow 2 \times t_c \times m = 4 \times 5 \times m \rightarrow t_c = 10$$

$$\rightarrow (t_c)^2 = n \times 4 \rightarrow (10)^2 = 4n \rightarrow n = 25$$

$$\rightarrow n \times t_c \times 4 = m \times 4 \times 5 \rightarrow 25 \times 10 = m \times 5 \rightarrow m = 50$$

Piden:  $25 + 50 = 75$

Clave: "D"

# PROBLEMA 12

En la figura, ¿por lo menos cuántas fichas numeradas deben ser cambiadas de posición, para que la suma en cada grupo sea la misma?

1	2	5	6	9	10
3	4	7	8	11	12

I

II

III

A) 5

B) 7

C) 3

D) 4

E) 6

**Resolución:**

La suma de cada grupo debe ser:  $\frac{1}{3} \left( \frac{12 \times 13}{2} \right) = 26$

1º La ficha 1 con la ficha 9

2º La ficha 2 con la ficha 10

9	10	5	6	1	2
3	4	7	8	11	12

I

II

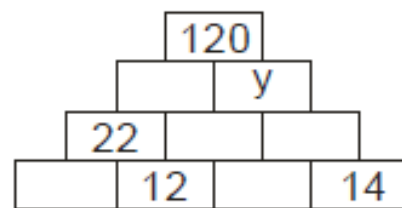
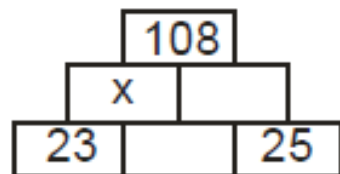
III

**CLAVE: "D"**

# PROBLEMA 13

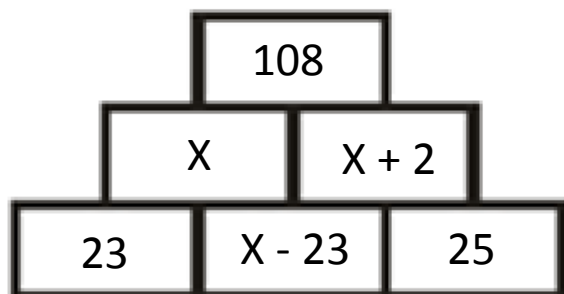
En las figuras mostradas, el número en cada una de las casillas es igual a la suma de los números de las casillas sobre las que se apoya. Calcular  $(x + y)$ .

- A) 109
- B) 111
- C) 118
- D) 120
- E) 119

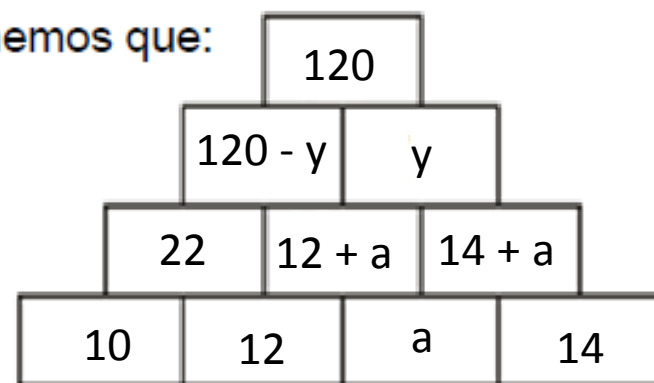


**Resolución:**

1) De la primera torre tenemos:



2) De la segunda torre tenemos que:



Luego:  $108 = X + (X + 2)$ ; Entonces  $X = 53$

$$\text{De aquí } \left. \begin{array}{l} y = 26 + 2a \\ y = 86 - a \end{array} \right\} \Rightarrow a = 20 \quad y = 66$$

**CLAVE: "E"**

# PROBLEMA 14

El gráfico representa un cuadrado mágico aditivo de orden 4. Calcule el valor de  $A + B - C$ .


$x$	$C$	7	$x-1$
	6		
	5	A	
11	15		B

A) 10  
D) 8

B) 12  
E) 11

C) 6


Resolución:

$x$		7	$x-1$
	6		
	5	A	
11	15		B

$$x + 7 + x - 1 = 6 + 5 + 15$$

$$2x + 6 = 26$$

$$x = 10$$

	C	7	9
	6		
	5	A	
11	15		B

$$6 + A + B = C + 7 + 9$$

$$A + B - C = 10$$

Clave: "A"

# PROBLEMA 15

En el siguiente cuadrado la suma de los números en cada fila, columna y diagonal es la misma, hallar  $x$

48	$x$	63	$\rightarrow S$
	38		

A) 5  
D) 7

B) 3  
E) 11

C) 6

**Resolución:**

$$38 = \frac{S}{3} \rightarrow S = 114$$

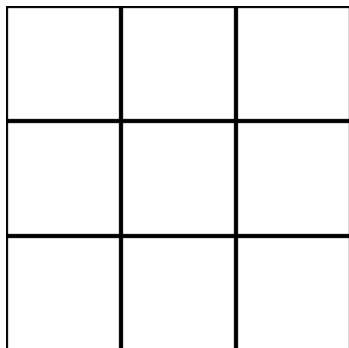
$$48 + x + 63 = 114$$

$$x = 3$$

**Clave: "B"**

# PROBLEMA 16

Ubicar todos los números del 0 al 8 en cada recuadro de la figura mostrada, de tal manera que la suma de las columnas, de las filas y las diagonales siempre sumen lo mismo. ¿Cuál es dicha suma?



- A) 11                      B) 12                      C) 14  
D) 15                      E) 16

**Resolución:**

$$S = \frac{\text{Suma de todos}}{n}$$

$$S = \frac{0 + 1 + 2 + \dots + 8}{3}$$

$$S = \frac{\frac{8 \times 9}{2}}{3} = \frac{36}{3} = 12$$

**Clave: "B"**

# PROBLEMA 17

En la figura se muestra un cuadrado mágico aditivo de  $3 \times 3$ , en cuyos casilleros se han distribuido los números enteros del 21 al 29. Halle la suma de cifras de la suma de los números colocados en los casilleros sombreados.

28		
		27
	29	

- A) 8      B) 6      C) 10      D) 9      E) 12

**Resolución:**

Números : {21;22;23; ...29}

$$\text{Suma de todos} = \left( \frac{21 + 29}{2} \right) \times 9 = 225$$

$$S = \frac{225}{3} = 75 \quad \longrightarrow \quad C = \frac{75}{3} = 25$$

28		26
23	25	27
	29	22

Suma de los sombreados

$$= 23 + 22 + 26$$

71

Suma de cifras es  $7 + 1 = 8$

**Clave: "A"**




# PROBLEMA 18

Un cuadrado "mágico" tiene la propiedad de que la suma de los tres números en cada fila, columna y diagonal es la misma. ¿Qué número debería ir en lugar de la X en el cuadrado "mágico" mostrado en la figura?

9		17
19		3
X	15	

- A) 7                      B) 9                      C) 20  
D) 13                    E) 5

**Resolución:**

9		17
19		3
x	15	

$$X + 15 = 3 + 17$$

$$X = 20$$

**Clave: "C"**

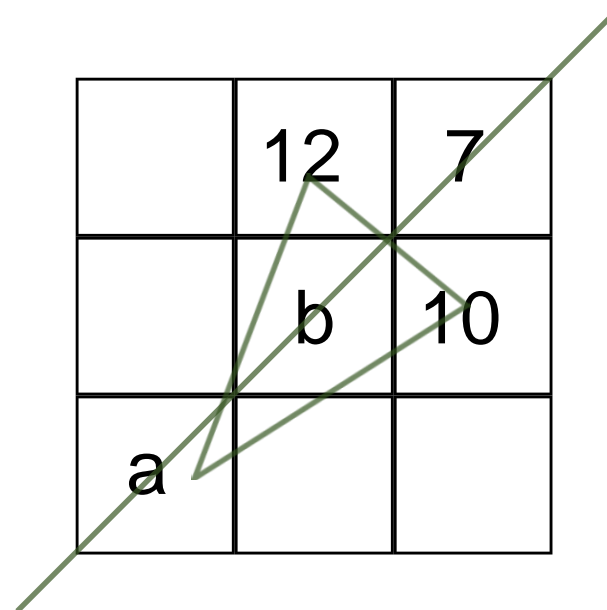
# PROBLEMA 19

Distribuya números enteros en el recuadro mostrado, de modo que se obtenga un cuadrado mágico aditivo. Calcule el valor de  $ab$ .

	12	7
	b	10
a		

- A) 99    B) 98    C) 96    D) 92    E) 90

**Resolución:**



$$12 + 10 = 2a$$

$$a = 11$$

$$a + 7 = 2b$$

↓  
11

$$18 = 2b$$

$$b = 9$$



$$a \cdot b = 99$$

**Clave: "A"**

# PROBLEMA 20

Complete el cuadrado mágico con números enteros, tal que la suma en cualquier fila, columna y diagonal sea la misma. De como respuesta la suma de los valores  $a$  y  $b$ .

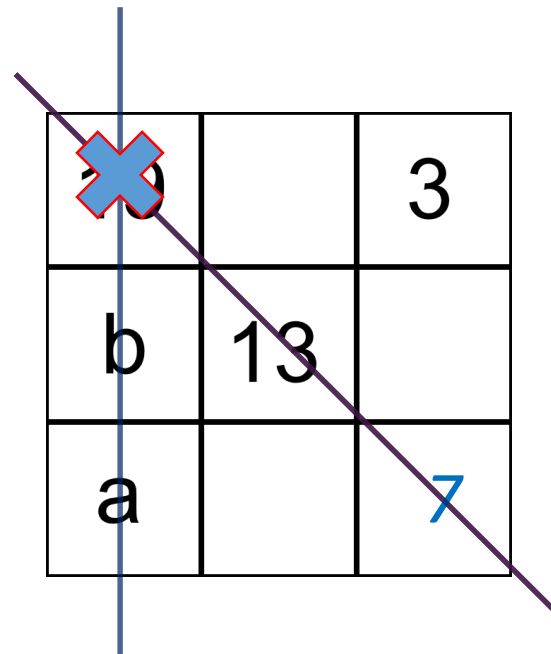
19		3
$b$	13	
$a$		

A) 20  
D) 28

B) -54  
E) -21

C) -69

Resolución:



<del>20</del>		3
$b$	13	
$a$		7

$$a + b = 13 + 7 = 20$$

Clave: "A"



**Quédate En Casa**



**¡GRACIAS !**